

Análisis del Método de Fourier Aplicado a la Medición de Frecuencia en Redes de Generación de Energía

*Sergio Andrés Czajkowski*¹

*Juan Carlos Nachez*²

¹ Universidad Nacional Rosario. Argentina. Departamento de Electrónica. sac@fceia.unr.edu.ar

² Universidad Nacional Rosario. Argentina. Departamento de Electrónica jcnachez@fceia.unr.edu.ar

RESUMEN

En este trabajo se analiza el método de Fourier aplicado a la medición de la desviación de frecuencia sincrónica en redes de generación de energía. En el mismo es tenido en cuenta el error debido a la incidencia del contenido armónico propio de la red, como asimismo la propia distorsión agregada por los circuitos de acondicionamiento que forman parte del sistema de medición. La exactitud es evaluada en función de la amplitud y fase de la señal de tensión del transductor utilizado, teniendo en cuenta que el espectro de la misma es variable fundamentalmente en condiciones transitorias producto de fallas en las líneas de transmisión.

Palabras claves: Control de sistemas de generación de energía. Medición de frecuencia. Procesamiento digital de señales. Transformación de Fourier.

Analysis of Fourier-Based Method for Frequency Measurement Applied to Power Generating Networks

ABSTRACT

The Fourier method applied to power line frequency measurement is outlined here. The spectral content of the power network signal connected at the transducer and the own distortion added by its conditioning circuits are taken as the main source of error when the Fourier coefficients are computed. The accuracy of the method is evaluated under the assumption that the output signal of the transducer has wide spectral amplitude - phase variations, mainly during transient power system swings.

Key words: Control of power systems Digital signal processing. Fourier transform Frequency measurement.

INTRODUCCIÓN

La determinación de la variación de frecuencia sobre generadores sincrónicos es de suma importancia para el control y la protección de un sistema de generación de energía, sobre todo cuando opera bajo condiciones transitorias

producto de fallas en el sistema de distribución. Debido a que la duración de dichos transitorios no debe exceder los cinco o seis ciclos, la medición de la desviación de la frecuencia de sincronismo debe realizarse en el tiempo más breve posible a los efectos de un adecuado funcionamiento de los sistemas de protección y control.

Diversos autores han abordado esta temática proponiendo soluciones alternativas que suponen una mejora en el compromiso velocidad versus exactitud, característico de métodos tradicionales¹, empleando técnicas de procesamiento digital de señales basadas fundamentalmente en la transformada de Fourier^{2,4}, filtrado de Kalman^{3,5}, lazo de fase (PLL)⁶ y variantes de filtrado y demodulación⁷ para la obtención del fasor de la componente fundamental sobre el cual se realiza la determinación de la frecuencia^{7,8}. Los problemas crónicos derivados del pseudo-aliasing⁹ producto precisamente de las variaciones de la frecuencia sincrónica, y que producen error en la determinación de las amplitudes y frecuencia del contenido espectral, afectan en mayor medida si la señal de tensión utilizada como magnitud indicatriz contiene armónicos de orden superior¹⁰. La reducción de los errores es realizada a costa de un considerable aumento en la complejidad computacional y el consecuente incremento en la cantidad de operaciones y tiempo de medición. Si bien la aplicación de estos métodos para esquemas de protección y medición en régimen estacionario o cuasi-estacionario sobre sistemas trifásicos simétricos han reportado resultados favorables, el comportamiento de los mismos cuando son utilizados en régimen transitorio no ha sido debidamente documentado. En este sentido no se evaluaron en profundidad los errores producto de las variaciones repentinas de amplitud y fase que afectan la medición de frecuencia instantánea ni tampoco la dinámica de los transductores.

METODO DE FOURIER

La expresión para la tensión de salida del generador considerando armónicos de orden superior inclusive interarmónicos es la siguiente:

$$v_t(n) = \sum_{n_r} A_r \cos \left[2\pi f_0 \left(1 + \frac{\Delta f}{f_0} \right) n r T_s + \phi_r \right] \quad (1)$$

donde f_0 es la frecuencia nominal o de sincronismo, Δf es la diferencia $(f - f_0)$ y n_r representa el número de armónicos o interarmónicos presentes. Considerando que esta señal es muestreada en un número entero N por ciclo, a la frecuencia de sincronismo, cumpliendo los requerimientos de Nyquist, es decir:

$$f_s = N f_0 = \frac{N}{T} \quad N = \frac{T}{T_s} = \frac{f_s}{f_0} \geq 2 \quad (2)$$

Mediante la aplicación de la transformación de Fourier obtenemos:

$$V_{im}(k) = \frac{1}{N} \sum_{n_r} A_r \left[p_{1r}(k) e^{j\theta_{1r}(k)} + p_{2r}(k) e^{-j\theta_{2r}(k)} \right] \quad (3)$$

donde el subíndice m representa el valor medido y cada componente se puede expresar de la siguiente forma:

$$p_{1r}(k) = \frac{\text{sen} \left\{ \pi \left[(r-k) + r \frac{\Delta f}{f_0} \right] \right\}}{\text{sen} \left\{ \frac{\pi}{N} \left[(r-k) + r \frac{\Delta f}{f_0} \right] \right\}} \quad (4)$$

$$\theta_{1r}(k) = \phi_r + \frac{\pi}{N} (N-1) \left[(r-k) + r \frac{\Delta f}{f_0} \right] \quad (5)$$

$$p_{2r}(k) = \frac{\text{sen} \left\{ \pi \left[(r-k) + r \frac{\Delta f}{f_0} \right] \right\}}{\text{sen} \left\{ \frac{\pi}{N} \left[(r-k) + r \frac{\Delta f}{f_0} \right] + \frac{2k\pi}{N} \right\}} \quad (6)$$

$$\theta_{2r}(k) = \phi_r + \frac{\pi}{N} (N-1) \left[(r-k) + r \frac{\Delta f}{f_0} \right] - \frac{2k\pi}{N} \quad (7)$$

Definiendo a:

$$\lambda(r, k) = (r-k) + r \frac{\Delta f}{f_0} \quad (8)$$

$$x_f = f / f_0 \quad (9)$$

siendo esta última denominada frecuencia normalizada; y considerando a N de valor tal que el término en $2k\pi/N$ pueda despreciarse y que de igual manera se pueda aproximar el seno al ángulo en el denominador de las ecuaciones 4) y 5) obtenemos:

$$p_{1r}(k) = N \frac{\text{sen} \pi \lambda}{\lambda \pi} \quad (10)$$

$$p_{2r}(k) = N \frac{\text{sen} \pi \lambda}{\pi(\lambda + 2)} \quad (11)$$

$$\theta_{1r}(k) = \phi_r + \pi \lambda \quad (12)$$

$$\theta_{2r}(k) = \phi_r + \pi \lambda \quad (13)$$

La medición de la frecuencia se realiza en forma de cómputo directo o recursivo utilizando las expresiones simplificadas válidas para régimen estacionario o cuasi-estacionario considerando desviaciones pequeñas respecto a la frecuencia de sincronismo, dado que en ese caso:

$$p_1(1) \approx N \quad p_2(1) \approx 0 \quad V_{tm} \approx V_{t1} \quad (14)$$

pudiéndose obtener el valor relativo aproximado de la desviación de frecuencia sincrónica mediante dos determinaciones consecutivas del fasor V_{tm} separadas en un intervalo de muestreo como:

$$\frac{\Delta \theta_1}{2\pi T_s} = f_0 + \Delta f = f \quad (15)$$

Las principal fuente de error involucrada en este caso deviene de no considerar al fasor V_{t2} y es analizada en²⁷⁸ pero sin incluir diversos factores propios de los sistemas de potencia en régimen transitorio, como ser variaciones de amplitud durante los instantes de muestreo, retardos en la temporización y respuesta en régimen transitorio del transductor. Además debe tenerse presente que la incidencia del contenido armónico en la señal en este caso, a diferencia del estado estacionario, se encuentra afectada por la presencia de interarmónicos.

ANÁLISIS DE ERRORES

Para el análisis de error en la determinación de la desviación del valor de la frecuencia mediante la medición de la fase acorde a la ecuación 15), es necesario la evaluación previa del error en la obtención de la fase correspondiente al fasor fundamental ($k=1$); considerando el contenido espectral de la señal en la ecuación 3) definimos a:

$$\gamma = \phi_1 + \pi(x_f - 1) \quad (16)$$

$$\delta_r = \phi_r + r\pi(x_f - 1) \quad (17)$$

$$\beta_r = 1 + r(x_f - 1) \quad (18)$$

$$\alpha_r = A_r / A_1 \quad (19)$$

resultando en consecuencia:

$$V_m(l) = \frac{2}{\pi} A_1 \left\{ \begin{array}{l} \frac{\text{sen}(\pi x_f)}{x_f^2 - 1} \text{sen} \gamma \left[1 + \sum_{n_r} \frac{\alpha_r \beta_r (x_f^2 - 1)}{x_r (\beta_r^2 - 1)} \frac{\text{sen}(r\pi x_f)}{\text{sen}(\pi x_f)} \frac{\text{sen} \delta_r}{\text{sen} \gamma} \right] \\ -j \frac{\text{sen}(\pi x_f)}{x_f^2 - 1} \text{cos} \gamma \left[1 + \sum_{n_r} \frac{\alpha_r (x_f^2 - 1)}{\beta_r^2 - 1} \frac{\text{sen}(r\pi x_f)}{\text{sen}(\pi x_f)} \text{cos} \delta_r \right] \end{array} \right\} \quad (20)$$

$$\mu(r, x_f) = \frac{1 + \frac{1}{x_f} \sum_{n_r} \alpha_r \beta_r \frac{x_f^2 - 1}{\beta_r^2 - 1} \frac{\text{sen}(r\pi x_f)}{\text{sen}(\pi x_f)} \frac{\text{sen} \delta_r}{\text{sen} \gamma}}{1 + \sum_{n_r} \alpha_r \frac{x_f^2 - 1}{\beta_r^2 - 1} \frac{\text{sen}(r\pi x_f)}{\text{sen}(\pi x_f)} \text{cos} \delta_r} \quad (21)$$

y definiendo a:

$$x'_f = x_f \mu(r, x_f) \quad (22)$$

mediante la función expresada en la ecuación 21), se obtiene la expresión del error de ángulo en función de sus tangentes entre valores observado y verdadero:

$$\text{tg} \phi'_1 = x'_f \text{tg} \phi_1 \quad (23)$$

obteniéndose en consecuencia el ángulo de error:

$$\phi_e = \text{arctg} \frac{(x'_f + 1) \text{sen}(\pi x_f) + (x'_f - 1) \text{sen}(\pi x_f + 2\phi)}{(x'_f + 1) \text{cos}(\pi x_f) - (x'_f - 1) \text{cos}(\pi x_f + 2\phi)} \quad (24)$$

La obtención de la expresión el error para el cómputo de la ecuación 15) mediante dos mediciones consecutivas (i-1) e (i) del fasor mediante la transformación de Fourier realizada en forma recursiva tal como se propone en 2 implica redefinir dicha ecuación 15) utilizando:

$$\phi_d = 2\pi f l T_s = 2\pi \frac{f}{f_0} l \frac{f_0}{N f_0} = 2\pi x_f \frac{l}{N} \quad (25)$$

$$(l = 1, 2, 3, \dots)$$

siendo los valores observados y verdaderos de la desviación de frecuencia los siguientes:

$$\Delta f_o = \frac{\phi'_i - \phi'_{i-1} - \phi_d}{2\pi l T_s} \quad (26)$$

$$\Delta f_v = \frac{\phi_i - \phi_{i-1} - \phi_d}{2\pi l T_s} \quad (27)$$

resultando la expresión del error en las ecuaciones 28) y 29) con sus términos reordenados de manera tal de suprimir el subíndice f de la frecuencia normalizada por razones de simplicidad en la notación.

$$\varepsilon_r(\Delta f_x) = \frac{N}{2\pi l} [\phi_{ei} - \phi_{e(i-1)}] = \frac{N}{2\pi l} \text{arctg} \frac{N + N_\Delta}{D + D_\Delta} \quad (28)$$

$$N = -2(x'_{i-1} x'_i - 1) \cos \left\{ 2 \left[\pi x \left(1 - \frac{l}{N} \right) + \phi_1 \right] \right\} \text{sen} \left(\frac{2\pi x l}{N} \right) + (x'_{i-1} x'_i + 1) \text{sen} \left(\frac{4\pi x l}{N} \right)$$

$$N_\Delta = -2(x'_{i-1} - x'_i) \text{sen} \left\{ 2 \left[\pi x \left(1 - \frac{l}{N} \right) + \phi_1 \right] \right\} \cos \left(\frac{2\pi x l}{N} \right) - (x'_{i-1} + x'_i) \text{sen} \left(\frac{4\pi x l}{N} \right)$$

$$D = -2(x'_{i-1} x'_i - 1) \cos \left\{ 2 \left[\pi x \left(1 - \frac{l}{N} \right) + \phi_1 \right] \right\} \cos \left(\frac{2\pi x l}{N} \right) + (x'_{i-1} x'_i + 1) \cos \left(\frac{4\pi x l}{N} \right) + (x'_i x'_{i-1} + 1)$$

$$D_\Delta = 2(x'_{i-1} - x'_i) \text{sen} \left\{ 2 \left[\pi x \left(1 - \frac{l}{N} \right) + \phi_1 \right] \right\} \text{sen} \left(\frac{2\pi x l}{N} \right) - (x'_{i-1} + x'_i) \cos \left(\frac{4\pi x l}{N} \right) + (x'_i + x'_{i-1}) \quad (29)$$

SIMULACIONES Y RESULTADOS

En la Figura 1 y la Figura 3 se muestran la evolución temporal del error de fase para el caso de señal sin y con distorsión. En ambos casos se observa la periodicidad del mismo con una

frecuencia aproximada al doble del correspondiente a la señal en 50Hz, que se aparta conforme lo hace el valor de frecuencia de la señal respecto del valor de sincronismo. De manera análoga en la Figura 2 y la Figura 4 se observan las evoluciones frecuenciales del error de fase, esta última representada por diferentes valores de la función $\mu(r, x_f)$ donde se destaca un incremento en la no linealidad del mismo. La incidencia sobre el error en la determinación de la desviación de frecuencia respecto del valor de sincronismo es directa por aplicación de la ecuación 28) con $\mu=1$.

La determinación del error de fase en el caso de señales con distorsión del tipo interarmónica se muestra en la Figura 5 y su incidencia sobre el error en la medición de la desviación de frecuencia en la Figura 6 para los mismos valores y en función de la fase relativa respecto de la componente fundamental. Las singularidades en la función del error que se observan en proximidades del valor de frecuencia de sincronismo constituyen la principal limitación de este método aplicado acorde a 8^2 sobre régimen transitorio. Situaciones de divergencia del error en este caso se representan en la Figura 9 para contornos de error relativo nulo y cuyas características de dependencia amplitud-fase pueden mejorarse actuando sobre los parámetros l y N . Similar tipo de respuesta se grafica en la Figura 8 para el caso de contenido armónico puro, presentando en común la relativa tolerancia en los errores respecto la fase

La Figura 9 sugiere que la adición de una señal en el circuito del transductor, combinada con la elección de valores para los parámetros l y N del circuito de muestreo, como forma de control sobre el valor de la función μ , haría posible una reducción del error idealmente a cero como muestra la Figura 10.

CONCLUSIONES

La incidencia de la distorsión en la señal utilizada para la evaluación de la desviación relativa de la frecuencia en redes de energía utilizando el método de Fourier ha sido evaluada. La dependencia fundamentalmente respecto de la fase de las diferentes componentes espectrales contribuye en forma significativa en la evaluación del error y representa una limitación para la aplicación del método, caracterizado por su simplicidad y eficiencia computacional, en lazos de control de sistemas de generación. Una forma de optimizar este método, sin adicionarle complejidad de cálculo, ha sido ensayada mediante la introducción de una señal interferente sobre el circuito del transductor de manera de modificar la función μ . La mejora sobre la exactitud ha sido verificada mediante la adecuada elección de valores de amplitud-frecuencia de dicha señal y de los valores de l y de N en el circuito de muestreo

REFERENCIAS

1. NGUYEN, C. T. "A new technique for rapid tracking of frequency deviations based on level crossing." *IEEE Transactions On Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-103, No. 8, pp. 2230-2236, 1984.

2. PHADKE, A.G. "A new measurement technique for tracking voltage phasors, local frequency, and rate of change of frequency," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-102, No. 5, pp. 1025-1038, 1983.
3. GIRGIS, A A. "Optimal estimation of voltage phasors and frequency deviation using linear and non-linear Kalman filtering: Theory and limitations," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-103, No. 10, pp. 2943-2951, 1984.
4. WANG, MAOHAI. "A Practical, Precise Method for Frequency Tracking and Phasor Estimation", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 19, No. 4, pp 1547-1552, 2004.
5. ROUTHAY, AUROBINDA. "A Novel Kalman Filter for Frequency Estimation of Distorted Signals in Power Systems", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 51, No. 3, pp.469-479, 2002.
6. KARIMI, H. "Estimation of Frequency and its Rate of Change for Applications in Power Systems" *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 19, No. 2, pp. 472-480, 2004.
7. Sidhu, T. "Accurate Measurement of Power System Frequency Using a Digital Signal Processing Technique", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 48, No 1, pp. 75-81, 1999.
8. MOORE, P. "Model System Tests on a New Numeric Method of Power System Frequency Measurement", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol 11, No 2, pp. 696-701, 1996.
9. AGREZ DUJSAN. "Improving Phase Estimation With Leakage Minimization". *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* Vol. 54, N° 4, pp 1347-1353, 2005.
10. BEGOVIC, M. M. "Frequency tracking in power networks in the presence of harmonics," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 8, No. 2, pp. 480-486., 1993.

AUTORES

Sergio Andrés Czajkowski recibió el diploma de Ingeniero Electricista de la Universidad Nacional de Rosario en el año 1976. Desde 1977 se desempeña como docente en el Departamento de Electrónica de la Facultad de Ingeniería de dicha Universidad, ocupando en la actualidad el cargo de Profesor Adjunto. Se ha especializado en el área de Instrumentación Electrónica a través de trabajos en la industria, participando en diversos proyectos de Investigación y Desarrollo del Departamento y como docente de asignaturas relativas a Mediciones Electrónicas en cursos de grado y posgrado. Riobamba 245bis-2000 Rosario, Argentina. Tel/Fax:54-341-4808543. sac@fceia.unr.edu.ar

Juan Carlos Nachez es Ingeniero Electricista egresado de la actual Universidad Nacional de Rosario (UNR). Cursó estudios de Automática en el Instituto Politécnico de la Universidad de Grenoble, Francia, recibiendo el diploma de Ingenieur Automaticien y el D.E.A. en Automatique de dicha Universidad. Fue Director del Departamento de Electrónica de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la UNR desde 1984 a 1996. Es actualmente Profesor Titular de las cátedras: Control II, Control Avanzado I y Control

Avanzado II de la carrera de Ingeniería Electrónica y de asignaturas del Doctorado en Ingeniería de la UNR. Participó como Director en numerosos proyectos de Investigación, siendo actualmente Director del proyecto acreditado: "Instrumentación y Control en procesos de Generación de

Energía" de la UNR. Riobamba 245bis-2000 Rosario, Argentina. Tel/Fax54-341-4808543 jcnachez@fceia.unr.edu.ar

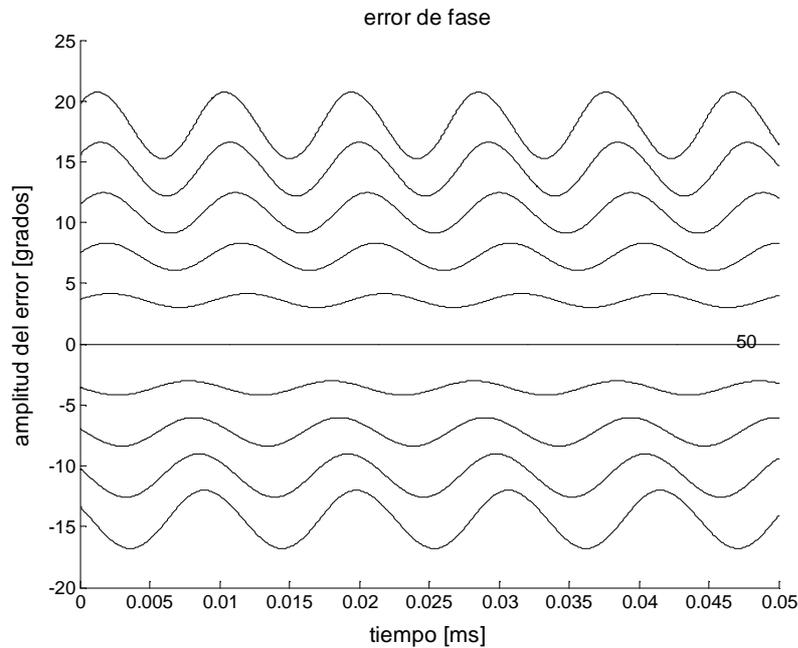


Figura 1. Evolución temporal del error de fase para señal sinusoidal con valores de frecuencia desde 47-55 Hz en intervalos de 1 Hz.

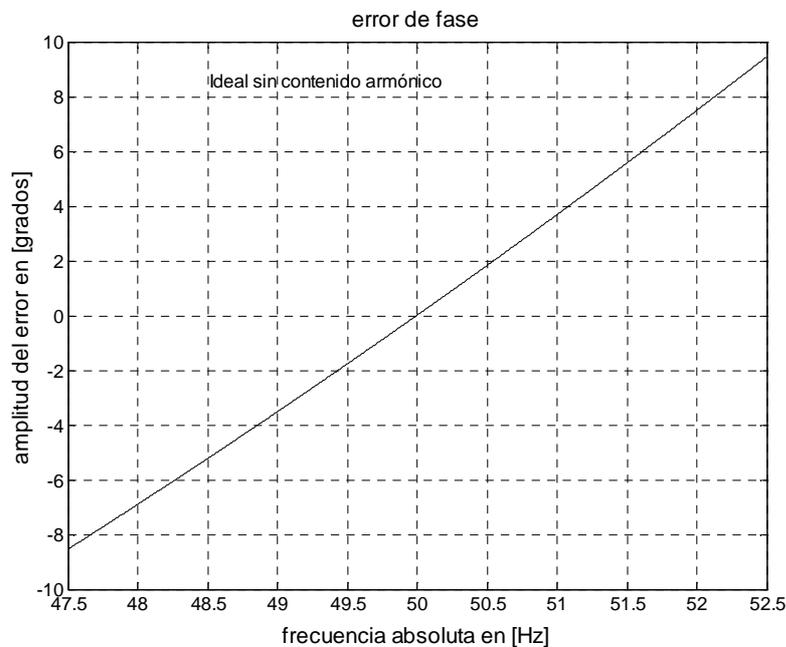


Figura 2. Error de fase en función de la frecuencia para señal ideal sin distorsión.

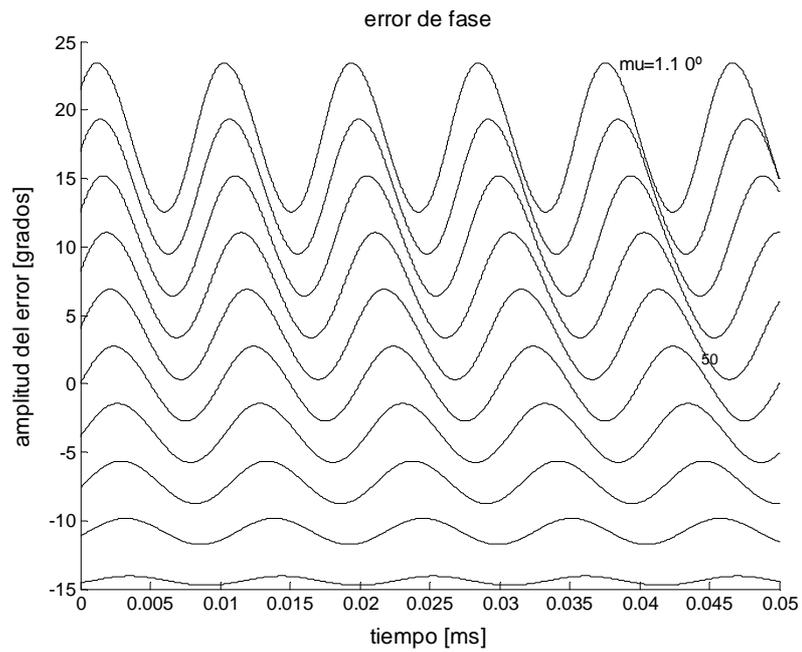


Figura 3. Evolución temporal del error de fase para señal con distorsión ($\mu = 1.1$) para diferentes valores de frecuencia fundamental en intervalos de 1Hz desde 47-55 Hz.

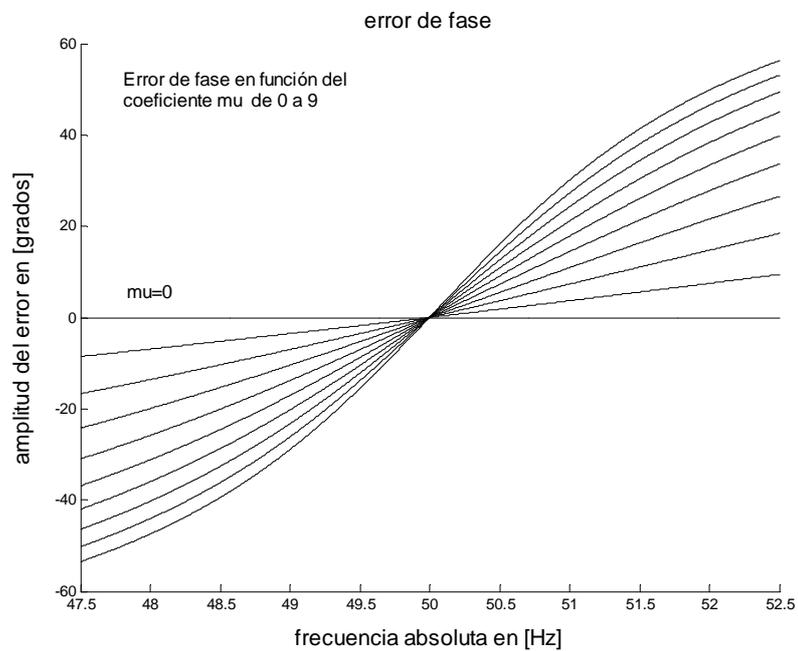


Figura 4. Error de fase en función de la frecuencia para señal con distorsión reflejada por diferentes valores de la función μ .

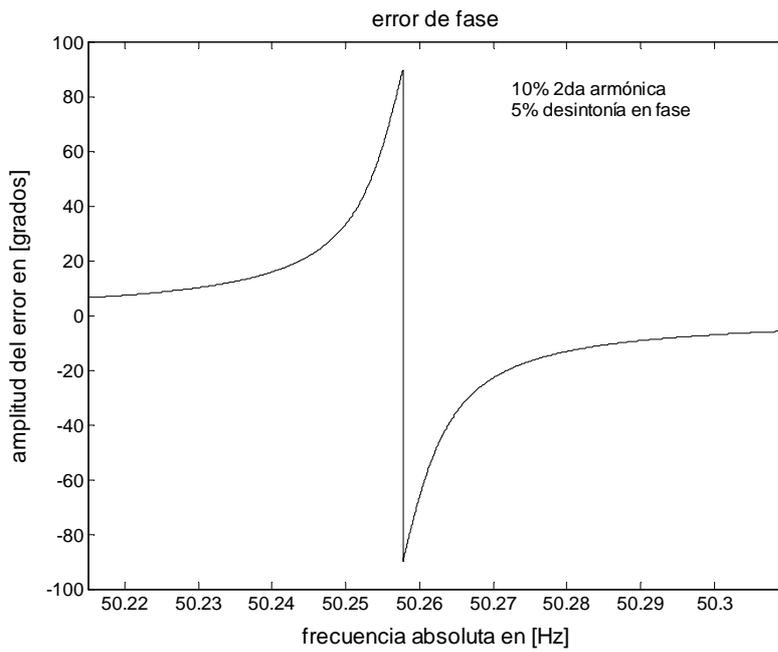


Figura 5. Error de fase para señal con distorsión no armónica de orden 2. Amplitud relativa de .1 y desintonía de 5% en frecuencia y fase relativa de 0°.

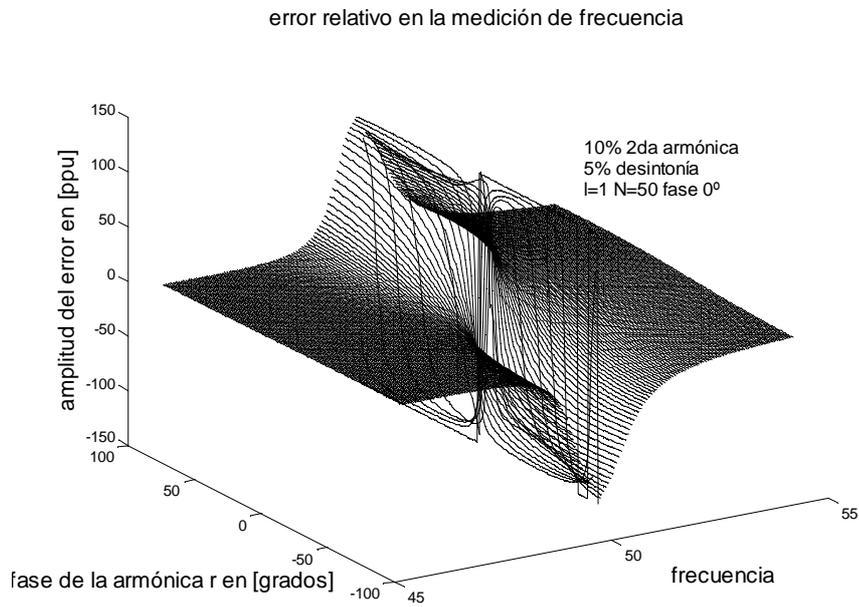


Figura 6 Error relativo en la medición de frecuencia para señal con distorsión no armónica de orden 2. Amplitud relativa de .1 y desintonía de 5% en frecuencia en función de la fase.

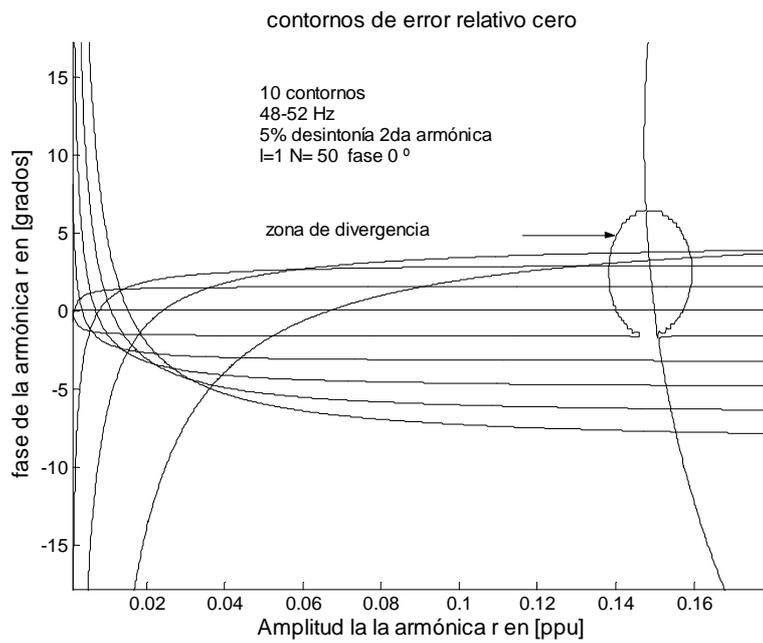


Figura 7 Contornos de error relativo cero en función de la amplitud y fase de la armónica de orden 2 con desintonía del 5% en un rango de medición de 48-52 Hz.

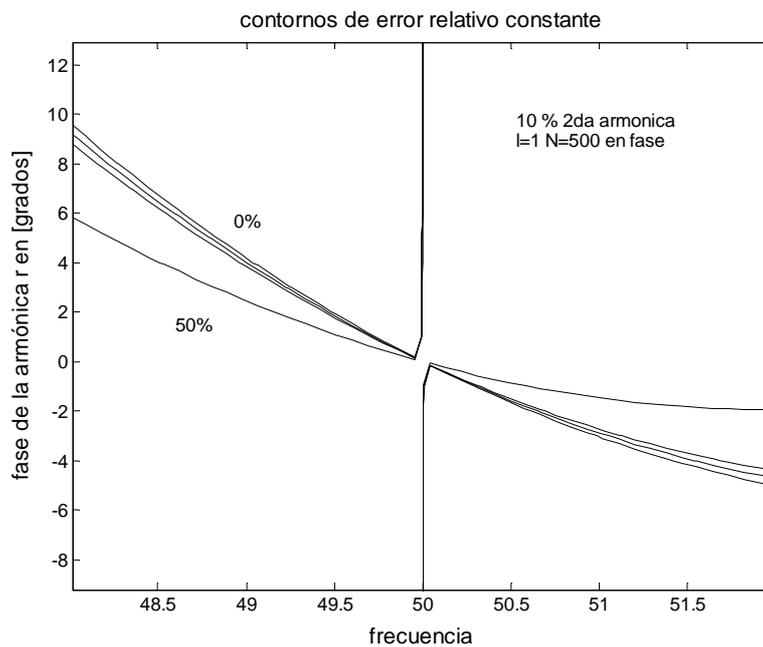


Figura 8. Contornos de error relativo constante para 10% de armónica de orden 2 en un rango de medición de 48-52 Hz.

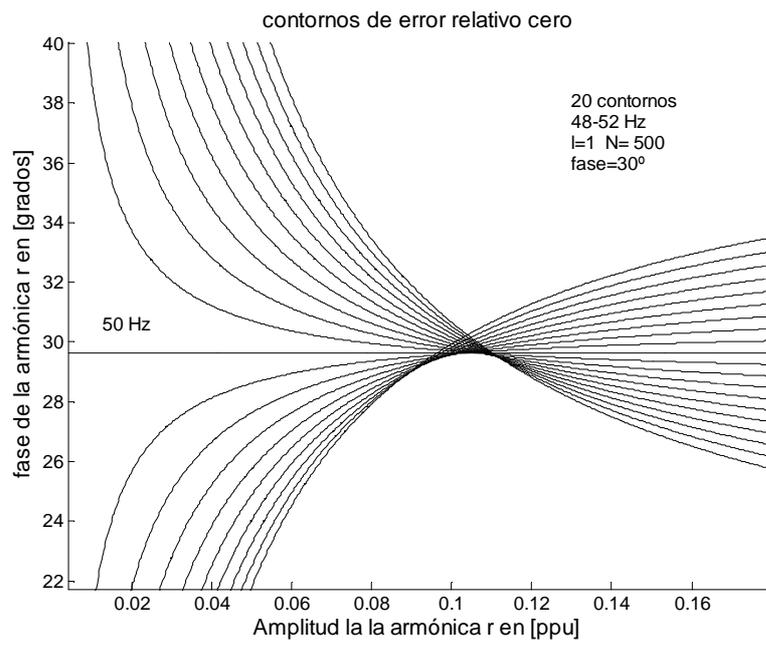


Figura 9. Gráfica de contornos de error relativo nulo en el rango de frecuencia de medición de 48 a 52 Hz en función de la amplitud y fase de la armónica de orden 2.

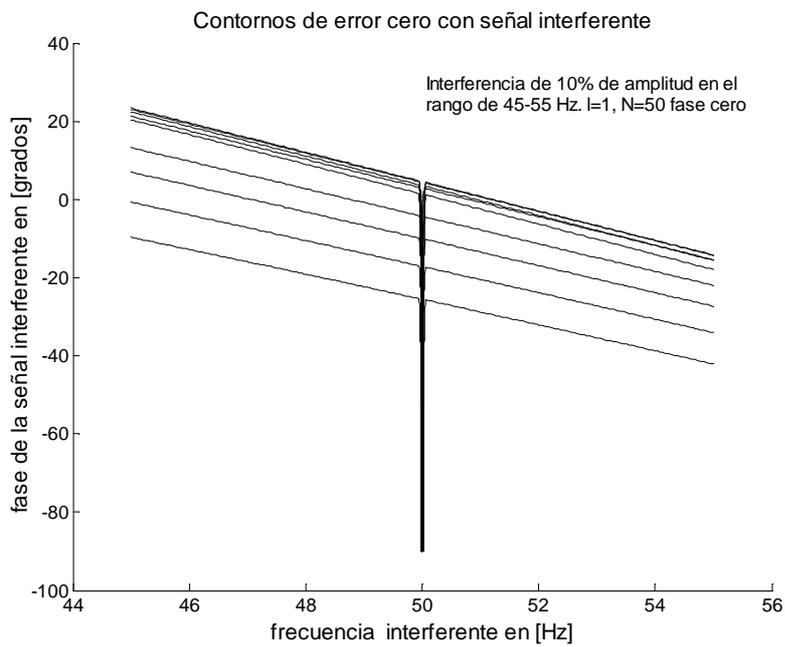


Figura 10. Contornos de error relativo en frecuencia nulo por aplicación de una señal interferente a la señal senoidal de medición.